ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ

Захаров Илья,
студент группы 1П-20
специальности 09.02.03
Программирование в компьютерных системах
Руководитель:
Захаров Владимир Викторович,
преподаватель Колледжа
Луганского государственного университета имени Владимира Даля

Аннотация

Математические методы за последние десятилетия плотно вошли в различные научные, технические и производственные отрасли. Процесс математизации затронул и экономику, спровоцировав возникновение экономико-математического направления, которое успело обогатиться рядом интересных и фундаментальных работ. Мульти отраслевое применение теории графов весьма плодотворно ввиду её преимущества над многими более известными и повсеместно используемыми аналитическими методами решения. Как отмечают О.Б. Гладких и О.Н. Белых, «теория графов находит применение в различных областях современной математики и её многочисленных приложений, в особенности это относится к экономике, например, когда надо выбрать наилучшие варианты развозки товаров по магазинам, строительных материалов». Помимо прочего, рассматриваемая теория в экономической отрасли «служит средством решения проблемы эффективного планирования процессов и разработки моделей с наибольшей оптимальностью».

Ключевые слова: теория графов; дискретная математика; задачи экономического содержания.

Еще в древности для решения различных задач использовались комбинаторно-логические методы. Однако дискретная математика сформировалась в отдельную и самостоятельную науку лишь к XVII веку благодаря первым работам Якоба Бернулли и Леонарда Эйлера в связанных с комбинаторикой и теорией графов областях. Безусловно, фундаментом для дискретной математики послужили математическая логика, теория чисел, теория множеств, а также прочие науки, однако рассматриваемая дисциплина охватывает и относительно более новые разделы. В первую очередь это связано с изобретением и развитием электронных вычислительных машин и прочих цифровых технологий, ведь именно дискретная математика послужила основой моделирования частично интеллектуальных информационных систем за решение задач, в которых отвечали именно дискретные процессы.

Дискретные математические структуры, повсеместно используемые при решении экономических задач, являются непосредственным объектом приложения дискретной математики. Сама же рассматриваемая теория графов пересекается со многими разделами алгебры, теории множеств, геометрии, комбинаторной математики, теории матриц, математической закономерности, и прочих математических предметов.

Теория графов зародилась при решении головоломок и стала простым, доступным и действенным средством в решении вопросов разносторонней направленности. За последние десятилетия она развилась в обширный самостоятельный раздел дискретной математики и стала одним из перспективнейших и наиболее бурно развивающихся разделов математики. Это вызвано запросами стремительно расширяющейся области приложений.

В виде графов можно, к примеру, интерпретировать электрические цепи, схемы автодорог, химических соединений, связи между людьми и их группами, она применяется для проектирования схем управления и логических цепей, исследования автоматов. В информатике и программировании граф – схема алгоритма. В коммуникационных и транспортных системах, в частности для маршрутизации данных в интернете. В физике или схемотехнике – топология межсоединений элементов на печатной плате или микросхеме представляет собой граф или гиперграф. Графы играют большую роль в биологический теории ветвящихся процессов. В частности, для простоты можно рассмотреть только одну разновидность ветвящихся процессов – размножение бактерий. Предположим, что через определенный промежуток времени каждая бактерия либо делится на две новые, либо погибает. Тогда для потомства одной бактерии мы получим двоичное дерево. Нас будет интересовать лишь один вопрос: в скольких случаях n – е поколение одной бактерии насчитывает ровно k потомков? Рекуррентное соотношение, обозначающее число необходимых случаев, известно в биологии под название процесса Гальтона – Ватсона. Его можно рассматривать как частный случай многих общих формул. Понятие центральной вершины и центра графа связаны с задачами оптимального размещения пунктов массового обслуживания, таких как больницы, сберегательные банки, пожарные части, почтамты и т.п., когда важно минимизировать наибольшее расстояние от любой точки населенного пункта до ближайшего пункта. Велика роль графов также в статистике, химии, менеджменте и рекламе, незаменима в автоматизации технологических процессов и производств.

В современности теория графов не только применяется во многих областях, но и является составным компонентом некоторых наук. К примеру, в экономике теория графов применяется для рационализированного решения задачи наиболее результативного проектирования производственных процессов, а также для понижения транспортных издержек при подсчете и планировании маршрутов товарно-материального передвижения. Важной частью экономики и финансов является теория нечётких множеств, применяемая для стратегического проектирования, исследования состояния и расценки инициативности предприятий и замкнутых групп. В целом в экономической области задачи теории графов используют для утверждения локально оптимизированных решений на каждой стадии, причем конечный ответ также будет являться оптимизированным, в чем и заключается важность и ценность приложения рассматриваемой теории в экономической сфере.

В условиях современного профессионального образования многие будущие специалисты сталкиваются с необходимостью получения навыков разработки и применения математических моделей и методов, в том числе моделей дискретной математики ввиду их широкого спектра прикладного применения. Так, при расчете практического применения жадного алгоритма, когда на каждом этапе выбирается самое дешевое продолжение пути, в решении задач с экономическим содержанием непосредственно используются модели, разрабатываемые с помощью теории графов. Цель жадного алгоритма заключается в достижении необходимого результата при наименьших затратах.

Алгоритмы, которые предназначены для выполнения задачи оптимизации, как правило, представляют собой последовательность шагов, и на каждом из них имеется множество выборов. Так называемый «жадный» алгоритм позволяет сделать выбор, который кажется наилучшим в данное время. То есть проводится локально оптимальный выбор, считая, что это приведет к оптимальному решению глобальных задач. Жадный алгоритм во многих задачах приводит к нужному результату, хотя и не всегда приводят к оптимальному решению. Жадные алгоритмы обладают необходимой мощностью, и подходят для решения довольно-таки большого круга задач.

К жадным методам относят алгоритм, построенный на графах, изобретенный нидерландским ученым Эдсгером Дейкстрой в 1959 году. Алгоритм Дейкстры – это алгоритм, применяемый для поиска самого кратчайшего пути от одних вершин графа до других. Алгоритм можно использовать только для тех графов, чьи ребра не имеют отрицательного веса.

Для наибольшей наглядности рассмотрим решение простейшей задачи с помощью алгоритма Дейкстры. Необходимо проложить наикратчайший маршрут от домика Гингемы (обозначим буквой A), на чью голову приземлился фургон девочки Элли и её верного пёсика Тотошки, до волшебника Гудвина, который живёт в Изумрудном Городе (F), используя при этом уже построенные дорожные полотна.

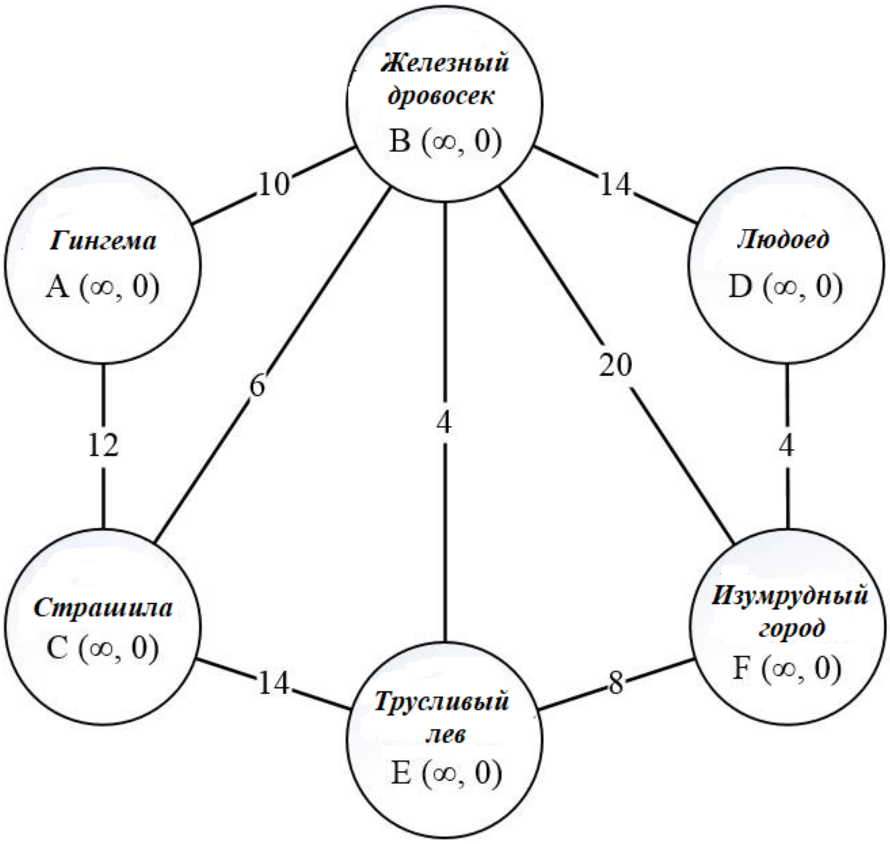

Рис. 1. Графическая интерпретация задачи

Обратимся к графической интерпретации задачи на отыскание кратчайшего пути, представленной на рисунке 1. Каждому пункту в соответствие поставим упорядоченную пару (∞; 0), первая компонента которой будет обозначать длину наикратчайшего пути к конкретной вершине на момент её достижения, а вторая послужит меткой предыдущей вершины кратчайшего пути. Вплоть до того момента, когда путь будет найден, первая и вторая компоненты будут содержать значения ∞ и 0 соответственно. Для начала смежным с вершиной A вершинам B и C присваиваем значения (10; A) и (12; A) соответственно. Отметим, что «фактически изменения вносятся, тогда и только тогда, когда новые расстояния меньше старых», именно поэтому первой компоненте первоначально и присваивается значение ∞, ведь на первом шаге необходимо внести изменения в независимости от удаленности смежных вершин. После внесения изменений вершина, первая компонента которой будет наименьшей, становится постоянной. В нашем случае это вершина B. Далее следует несколько аналогичных шагов. После того, как вершина F станет постоянной, процесс решения задачи будет завершен. Первая компонента данной вершины незамедлительно и без дополнительных вычислений даст ответ на вопрос о протяженности кратчайшего пути Элли в Изумрудный город – 22 у. е., что показано на рисунке 2.

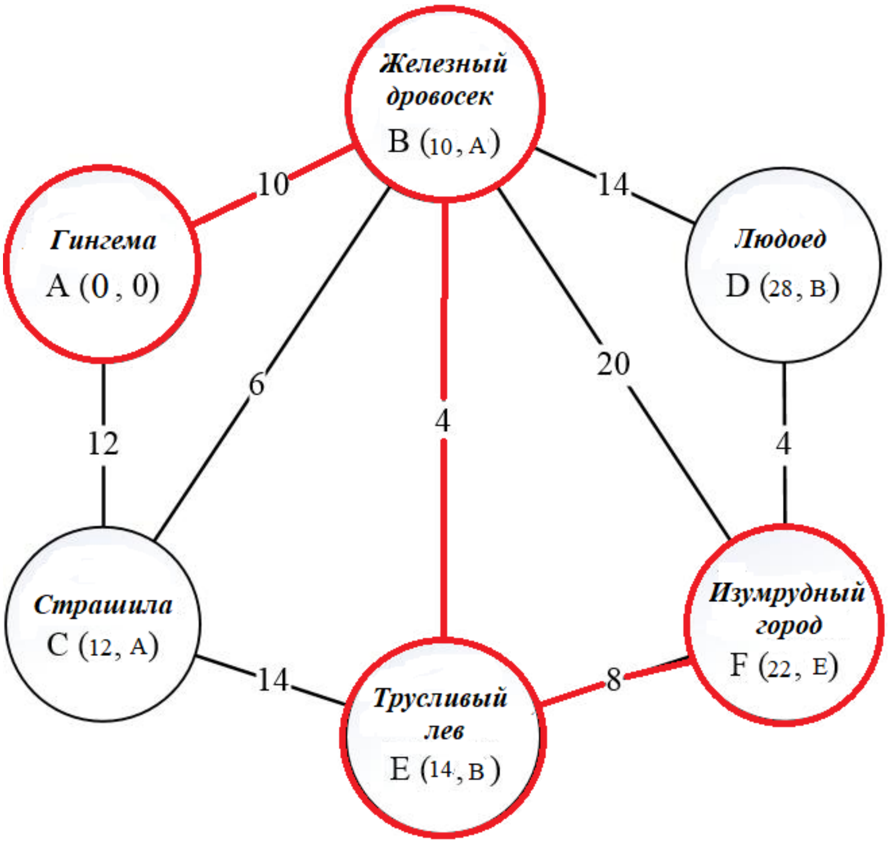

Рис. 4. Минимальное древо покрытия графа

Также, заметив, что вершине F предшествует вершина E, а вершине E – вершина B, а ей в свою очередь предшествует вершина A, можно сделать вывод: кратчайшим путем будет маршрут ABEF, то есть место приземления Элли – Железный дровосек – Трусливый лев – Изумрудный город.

Приведенный шуточный пример показывают, насколько важным является прикладное экономическое приложение теории графов и дискретной математики в целом, а как следствие указывают на необходимость формирования математических компетенций будущими экономическими специалистами. Одна только теория графов способна предоставить широкий спектр возможностей решения самых разнообразных задач экономического содержания, а также множество взаимозаменяемых алгоритмов и методов для решения однотипных задач.

В заключении хотелось бы ещё раз отметить, что в последнее время графы и связанные с ними методы исследований органически пронизывают на разных уровнях едва ли не всю современную математику. Теория графов рассматривается как одна из ветвей топологии; непосредственное отношение она имеет также к алгебре и к теории чисел. Графы эффективно используются в теории планирования и управления, теории расписаний, социологии, математической лингвистике, экономике, биологии, медицине, географии. Широкое применение находят графы в таких областях, как программирование, теория конечных автоматов, электроника, в решении вероятностных и комбинаторных задач, нахождении максимального потока в сети, кратчайшего расстояния, максимального паросочетания, проверки планарности графа и др. Как особый класс можно выделить задачи оптимизации на графах. Математические развлечения и головоломки тоже являются частью теории графов, например, знаменитая проблема четырех красок, интригующая математиков и по сей день. Теория графов быстро развивается, находит все новые приложения и ждет молодых исследователей.

Литература и источники:

1. http://mathhelpplanet.com/static.php?p=teoriya-grafov-ponyatiya-i-opredeleniya
2. Родионов А.В., Ефремова Е.А. О решении задач с экономическим содержанием средствами теории графов // Сборник статей Международной научно-практической конференции «Наука и современность». Часть 2. – Уфа: РИО МЦИИ «ОМЕГА САЙНС», 2015.
3. Пономарев В.Ф Дискретная математика для информатиков –экономистов. Учебное пособие Калининград: КГТУ, 2002.